

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama
Sidang Akademik 1997/98

September 1997

ZCT 210/4 - Analisis Kompleks dan Persamaan Pembezaan

Masa: [3 jam]

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi TIGA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua LIMA soalan. Kesemuanya wajib dijawab di dalam Bahasa Malaysia.

1. (a) Selesaikan masalah nilai awal berikut;

$$(6x + 4y + 1)dx + (4x + 2y + 2)dy = 0$$

$$y(\frac{1}{2}) = 3$$

(50/100)

- (b) Cari penyelesaian am bagi

$$(x^2 + 2x)\frac{d^2y}{dx^2} - 2(x+1)\frac{dy}{dx} + 2y = (x+2)^2$$

jika diberikan $y = x + 1$ dan $y = x^2$, dua penyelesaian yang tak bersandaran secara linear bagi persamaan homogenya.

(50/100)

2. (a) Selesaikan persamaan berikut;

$$(xy^3 - y)dx - dy = 0$$

(30/100)

.../2-

- 2 -

- (b) Suatu pemberat bernilai 5 N diletakkan pada hujung satu spring yang digantung di siling dengan pemalar spring bermagnitud 10 Nm^{-1} . Pemberat itu dalam keadaan rehat pada posisi keseimbangan. Pada $t = 0$, suatu daya luar $F(t) = 5 \cos 2t$ dikenakan ke atas sistem tersebut. Tentukan pergerakan yang terhasil jika daya terlembab diberikan sebagai $2 \frac{dx}{dt}$ (N) di mana $\frac{dx}{dt}$ ialah halaju seketika (ms^{-1}). Plot graf x melawan t dan bincangkan pergerakan yang terhasil. (Anggap $g = 10 \text{ ms}^{-2}$).

(70/100)

3. (a) Cari penyelesaian am bagi persamaan pembezaan berikut;

$$\frac{d^2y}{dx^2} + y = x \sin x$$

(30/100)

- (b) Gunakan kaedah Frobenius untuk menyelesaikan persamaan pembezaan berikut;

$$2x^2 \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + (x - 5)y = 0$$

dalam julat $0 < x < R$.

(70/100)

4. (a) Tuliskan $(-1 + i)^7$ dalam bentuk kutub dan tunjukkan bahawa $(-1 + i)^7 = -8(1 + i)$.

(20/100)

- (b) Kirakan $\int (z^*)^2 dz$ melalui titik-titik dibucu segiempat berikut; $z = 0$, $z = 1$, $z = 1 + i$ dan $z = i$ mengikut urutan yang dinyatakan di atas.

(40/100)

.../3-

- 3 -

(c) Tentukan

$$\int_{\Gamma} \frac{z}{(z+2)(z-1)} dz$$

di mana Γ adalah bulatan $|z| = 4$ dilintasi 2 kali arah jam.

(40/100)

5. (a) Selesaikan

$$\tan w = -2i$$

(20/100)

(b) Pertimbangkan kamiran berikut;

$$\int_C \frac{e^{-z}}{(z-1)^2} dz$$

di mana C ialah satu bulatan $|z| = 2$ arah lawan jam. Selesaikan kamiran tersebut dengan pengembangan siri Laurent.

(40/100)

(c) Kira kamiran berikut dengan menggunakan teorem reja;

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\theta}{1 + \sin^2 \theta}$$

(40/100)

- oooOooo -